

Научная статья

УДК 336.6

doi: 10.55186/25876740_2025_68_2_158

ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗАБОЛОЧЕННЫХ ЗЕМЕЛЬ

А.П. Черняев¹, И.В. Сухорукова², Меерсон А.Ю²¹Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),

Долгопрудный, Московская область, Россия

²Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва, Россия

Аннотация. С каждым годом масштаб отрицательного влияния на земельные ресурсы возрастает. На территориях сельскохозяйственного использования увеличивается процесс выбытия их из сельскохозяйственного оборота и ограниченность их использования из-за повышения содержания кислотности, возникающих процессов переувлажнения почв и, как следствие, появление заболоченных территорий. Заболоченность земель — довольно частое явление природы. Она может приводить к нежелательным сокращениям посевных и пахотных земель и уменьшению площади пастбищ для скота. В представленном исследовании разработаны теоретические основы и выполнено построение экономико-математической модели управления оптимальным использованием заболоченных земель. Представлены математически обоснованные рекомендации использования горизонтального дренажа для эффективного управления заболоченными территориями. Предполагается, что у сельскохозяйственного предприятия имеются, как заболоченные, так и не заболоченные земли. Не заболоченные земли используются для выращивания урожая сельскохозяйственных культур и для животноводческих пастбищ, а на заболоченных землях ведется промысел. Сельскохозяйственное предприятие получает доход, как от заболоченных, так и от не заболоченных земель. Этот доход максимизируется. Разработан и сформулирован алгоритм определения глубины залегания дренажа и радиуса этой дренажной трубы, при которых суммарный доход от заболоченных и не заболоченных земель, принимает максимальное значение. Представленные результаты научного исследования позволяют значительно снизить негативные последствия антропогенного влияния на земельные ресурсы, способствует восстановлению территорий, повергшихся заболачиванию.

Ключевые слова: заболоченность, промысел, выращивание сельскохозяйственных культур, животноводство, горизонтальная дрена

Original article

OPTIMIZING THE USE OF WETLANDS

A.P. Chernyaev¹, I.V. Sukhorukova², A.Yu. Meyerson²¹Moscow Institute of Physics and Technology, Russia, Dolgoprudny, Moscow region, Russia,²Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia

Abstract. Every year the scale of anthropogenic pressure on land resources increases. In areas of agricultural use, the process of their removal from agricultural use and the limitation of their use are increasing due to an increase in acid content, emerging processes of soil excessive hydration and, as a consequence, the appearance of wetlands. Wetlands are a fairly common natural phenomenon. It can lead to undesirable reductions in crop and arable land and a decrease in the area of pastures for livestock. In the presented study, the theoretical foundations were developed and an economic and mathematical model for managing the optimal use of wetlands was constructed. Mathematically based recommendations for the use of horizontal drainage for effective wetland management are presented. It is assumed that the agricultural enterprise has both wetland and non-wetland lands. Non-wetlands are used for growing crops and for livestock pastures and industrial farming is carried out on wetlands. The agricultural enterprise receives income from both wetland and non-wetland lands. This income is maximized. An algorithm has been developed and formulated for determining the depth of the drain and the radius of this drainage pipe, at which the total income from wetlands and non-wetlands takes on the maximum value. The presented results of scientific research can significantly reduce the negative consequences of anthropogenic influence on land resources and contribute to the restoration of areas affected by waterlogging.

Keywords: swappiness, fishing, growing crops, livestock, horizontal drainage

Заболоченность земель — довольно частое явление природы [1-2]. Она может приводить к нежелательным сокращениям посевных и пахотных земель и уменьшению площади пастбищ. Одним из способов управления состоянием заболоченных земель является дренаж [3-4]. Снижение качества земли происходит в районе, который имеет высокую денежную оценку сельскохозяйственных угодий [5]. Качество земельных ресурсов в регионах с воздействием на природную среду можно сохранить снижением антропогенной нагрузки на них, путем создания адаптированных к экономическим условиям систем за счет проведения работ по восстановлению качества земель [6-8]. Весьма эффективно применение дренажа, как компонента мелиорации [9-10]. Одним из способов мелиорации являются осушение и орошение, применяемое как для почвы, так и для грунта [11-13]. Территории Российской Федерации по сельскохозяйственным площадям занимают одно из ведущих мест в мире. При этом значительная площадь сельскохозяйственных земель сконцентрирована в районах с недостатком увлажнения. На землях

с избыточной влажностью тоже требуется проводить мелиоративные работы. Причины заболоченности поверхности земли весьма разнообразны. Это может происходить из-за чисто природных причин: весеннего таяния обильных снегов, сильных атмосферных осадков и т.д. Также заболоченность почв может быть связана и с внешним воздействием человека. Итак, объектом исследования является заболоченность грунта. Целью исследования является отыскание оптимального соотношения осущенных и заболоченных земель.

Предположим, что над горизонтальной поверхностью земли находится слой болотной воды глубины H .

За ось абсцисс мы принимаем поверхность земли, рис. 1. На глубине d от оси абсцисс заложена горизонтальная дрена. На практике это пористая труба радиуса δ . В эту трубу через грунт фильтруется болотная вода, которая по трубе отводится в коллектор [1]. В отличии от [1] мы предполагаем, что происходит заболачивание, т.е. H увеличивается, и задача дрены заключается в том, чтобы это заболачивание уменьшить.

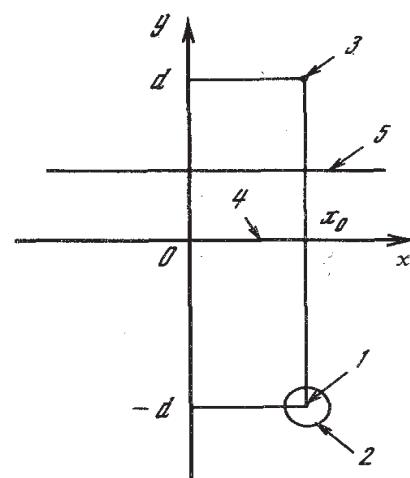


Рисунок 1. Построение дрены

1 — сток, 2 — дренажная труба, 3 — источник,

4 — грунтовая поверхность, 5 — поверхность воды

Figure 1. Construction of a drain

1 — drain, 2 — drainage pipe, 3 — source, 4 — ground

surface, 5 — water surface



В то же время если дрена такова, что H начнет уменьшаться, то это может привести к чрезмерному осушению болота. Кроме этого, мы предполагаем, что уменьшение высоты столба воды H в болоте увеличивает площадь посевных и пахотных земель, а также пастбищ, на которых можно выращивать сельскохозяйственные культуры, развивать животноводство и получать с этого доход. Однако, мы еще предполагаем, что на болоте ведется промысел, и чем больше высота столба болотной воды, тем больше заболоченная площадь, поэтому богаче промысел. Игнорировать промысел в такой ситуации неправильно, ибо трудозатраты на ведение промысла ничтожны. Популяция на болоте живет и размножается самостоятельно, трудозатрат на это не требуется. Мы таким образом описали процесс ограничения заболоченности при помощи горизонтальной дрены, можно поставить задачу оптимизации. Действительно, если высота H слоя болотной воды над землей увеличивается, то растет доход от промысла, который ведется на болоте, поскольку популяция, подверженная промыслу становится более многочисленной. С другой стороны, уменьшается доход от сельскохозяйственных культур, выращиваемых на посевных и пахотных землях, и доход от пастбищ для скота, поскольку площадь посевных, пахотных земель и пастбищ для скота с ростом H уменьшается. Обратно, если высота H — слоя болотной воды над поверхностью земли уменьшается, то увеличивается доход от урожая сельскохозяйственных культур и животноводства. Сельскохозяйственные культуры выращиваются на посевных и пахотных землях, площадь которых с убыванием H увеличивается. Для животноводства нужны пастбища, площадь которых с убыванием H также увеличивается. Однако уменьшается доход от промысла, который ведется на болоте, поскольку численность популяции подверженной промыслу убывает, ибо уменьшается площадь заболоченных земель. Таким образом максимизируется суммарный доход от промысла на болотах и от урожая сельскохозяйственных культур и животноводства. Сельскохозяйственные культуры выращиваются на посевных и пахотных землях, а животноводство развивается на пастбищах. А посевные и пахотные земли и пастбища могут находиться только на не заболоченных землях. Оба слагаемые максимального дохода зависят от H высоты столба болотной воды. Предположим, что $P(H)$ — функция описывающая зависимость площади заболоченных земель от H — высоты столба болотной воды. Очевидно, функция $P(H)$ — возрастающая. Также предполагаем, что доход от промысла пропорционален введенной функции с коэффициентом пропорциональности $p > 0$, т.е. равен $pP(H)$. Тогда $\sigma - P(H)$ — функция описывающая зависимость площади не заболоченных земель от H . Здесь $\sigma = \text{const}$ — общая площадь заболоченных и не заболоченных земель. Очевидно, функция $\sigma - P(H)$ — убывающая. Также предполагаем, что доход от урожая сельскохозяйственных культур и животноводства также пропорционален введенной функции с коэффициентом пропорциональности $r > 0$, т.е. равен $r(\sigma - P(H))$. Соответственно ищется максимум целевой функции

$$u(H) = pP(H) + r[\sigma - P(H)] = (p-r)P(H) + r\sigma > 0 \quad (1)$$

Целевую функцию $u(H)$ в (1) для рассматриваемой задачи можно с одной стороны рассматривать как функцию полезности, а с другой сторо-

ны, как производственную функцию. В качестве уравнения связи рассмотрим результат применения метода источников к задаче о горизонтальной дрени [1, 3]. Предположим, что приблизительно в центре дренажной трубы находится точечный сток, расход которого на единицу длины трубы равен Q . Тогда координаты центра стока будут $(0, -d)$, рис.1. В точке $(0, d)$, симметричной точке стока относительно оси абсцисс расположим источник такой же интенсивности, как сток. Характер притока болотной воды к горизонтальной дрени показан на рис.2. Для комплексного потенциала скорости можем записать

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{Q}{2\pi} \left[\ln |z - di| - \ln |z + di| \right] - kH = \\ &= \frac{Q}{2\pi} \left[\ln \sqrt{x^2 + (y-d)^2} - \ln \sqrt{x^2 + (y+d)^2} \right] - kH. \end{aligned} \quad (2)$$

В формуле (2) $z = x + iy$, а k — коэффициент фильтрации грунта. Отметим, что из (2) следует равенство $\Phi = -kH$ на поверхности грунта, т.е. при $y=0$. Предположим теперь, что $z = x + iy$ принадлежит окружности трубы, рис.1, т.е. $z = -d + \delta e^{i\theta}$, где θ — угол от горизонтали до угла луча соединяющего центр окружности трубы и бегущую точку z . Отсюда $x = \delta \cos \theta$, $y = -d + \delta \sin \theta$. Обращаясь к (2), имеем

$$\Phi + kH = \frac{Q}{2\pi} \left[\ln \frac{2d}{\delta} + \frac{1}{2} \ln \left[1 - \frac{\delta}{d} \sin \theta + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right] \right]. \quad (3)$$

Исходя из (3) видно, что на окружности дрены потенциал скорости не является константой, однако при малых значениях δ/d правая часть формулы (3) близка к значению $\frac{Q}{2\pi} \ln \frac{2d}{\delta}$, ибо близка к нулю величина $\ln \left[1 - \frac{\delta}{d} \sin \theta + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right]$. Полагая в качестве нулевого приближения на окружности дрены

$$\Phi = -kH_{dp} = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{2d}{\delta} - kH, \quad (4)$$

Получаем из (4)

$$k(H - H_{dp}) = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{2d}{\delta}. \quad (5)$$

Выражая из (5) расход на единицу длины дренажной трубы, будем иметь

$$H = \frac{Q}{2\pi k} \ln \frac{2d}{\delta} + H_{dp}. \quad (6)$$

Пользуясь тем, что среднее значение $\sin \theta$ на отрезке $[0, 2\pi]$ равно нулю, в качестве первого приближения на окружности дрены

$$\Phi = -kH_{dp} = \frac{Q}{2\pi} \left[\ln \frac{2d}{\delta} + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right] \right] - kH, \quad (7)$$

получим из (7)

$$k(H - H_{dp}) = \frac{Q}{2\pi} \left[\ln \frac{2d}{\delta} + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right] \right], \quad (8)$$

Выражая из (8) расход на единицу длины дренажной трубы, имеем

$$Q = \frac{2\pi k(H - H_{dp})}{\ln \frac{2d}{\delta} + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right]}. \quad (9)$$

Формулы (6) и (9) иллюстрируют зависимость притока болотной воды к горизонтальной дрени на единицу длины дренажной трубы от разности давлений, глубины залегания трубы и радиуса этой трубы. Они носят приближенный характер. Выражение (6) будем называть нулевым приближением уравнения связи, а (9) первым приближением. Формулы (6) и (9) иллюстрируют зависимость притока болотной воды к горизонтальной. Предположим, что существует минимальный слой болотной воды H_* . Это довольно частая ситуация, ибо из болот часто берут начало реки. Чрезмерное осушение болот ведет к ухудшению судоходства. Принимаем также, что существует максимальный слой болотной воды H^* . Действительно, неограниченное заболачивание ведет к катастрофе. Поэтому, для нормальной жизнедеятельности необходима какая-то минимальная площадь суши. Обращаясь к (1) можно заключить, что при постоянных p и r максимальное значение $u(H)$ принимается на концах отрезка $[H_*; H^*]$. Действительно,

$$\max_{H \in [H_*, H^*]} u(H) = u(H^*), \text{ при } p-r > 0; \quad (10)$$

$$\max_{H \in [H_*, H^*]} u(H) = u(H_*), \text{ при } p-r < 0; \quad (11)$$

$$\max_{H \in [H_*, H^*]} u(H) = u(H_*) = u(H^*), \text{ при } p-r=0. \quad (12)$$

Из равенства (5) получаем

$$H = \frac{Q}{2\pi k} \ln \frac{2d}{\delta} + H_{dp}, \quad (13)$$

причем из формулы (6) следует, что H из (13) может принимать любые положительные значения превосходящие H_{dp} , а значит и все значения из отрезка $[H_*; H^*]$, т.к. при $H = H_{dp}$ фильтрация не происходит. Поэтому, d и δ нужно подбирать так, чтобы

$$H^* = \frac{Q}{2\pi k} \ln \frac{2d}{\delta} + H_{dp}, \text{ если } p-r > 0; \quad (14)$$

$$H_* = \frac{Q}{2\pi k} \ln \frac{2d}{\delta} + H_{dp}, \text{ если } p-r < 0; \quad (15)$$

Если же $p=r$, то d и δ рекомендуется подбирать так, чтобы было выполнено (13) при $H \in [H_*; H^*]$ на усмотрение сельскохозяйственного руководства.

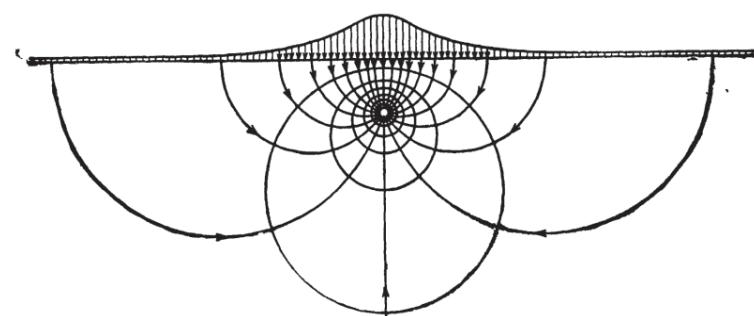


Рисунок 2. Иллюстрация притока болотной воды к горизонтальной дрени
Figure 2. Illustration of swamp water inflow to a horizontal drain



Аналогично, из равенства (8) получаем

$$H = \frac{Q}{2\pi k} \left[\ln \frac{2d}{\delta} + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right] \right] + H_{op}, \quad (16)$$

причем из формулы (9) следует, что H из (16) может принимать любые положительные значения превосходящие H_{op} , а значит и все значения из отрезка $[H_*; H']$, т.к. при $H=H_{op}$ фильтрация не происходит. Поэтому, d и δ нужно подбирать так, чтобы

$$H^* = \frac{Q}{2\pi k} \left[\ln \frac{2d}{\delta} + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right] \right] + H_{op}, \text{ если } p-r > 0; \quad (17)$$

$$H_* = \frac{Q}{2\pi k} \left[\ln \frac{2d}{\delta} + \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \right] \right] + H_{op}, \text{ если } p-r < 0;$$

Если же $p=r$, то d и δ рекомендуется подбирать так, чтобы было выполнено (16) при $H \in [H_*; H']$ на усмотрение сельскохозяйственного руководства. Если мы рассматриваем мощную сельскохозяйственную организацию, продукция которой влияет на рынок, то p и r могут быть переменными. Действительно, если сельскохозяйственная организация заваливает местный рынок своей продукцией либо промыслом, либо сельскохозяйственными культурами, выращенными на посевных и пахотных землях, либо продуктами животноводства, то рыночная цена продуктов предприятия должна падать. Отсюда следует, что $p=p(H)$, $r=r(H)$ и максимум целевой функции суммарного дохода может достигаться не только на концах отрезка $[H_*; H']$, но и во внутренних точках этого отрезка. Тогда, для нулевого и первого приближений решения уравнения связи нужно рассматривать равенства (13) и (16) и из них подбирать глубину залегания d и радиус дренажа δ при левой части равной высоте столба болотной воды $H \in [H_*; H']$ в точках максимума целевой функции (1). Расширение возможности управления средствами осушения становится популярным [4–5]. Функция зависимости площади посевных и пахотных земель и пастбищ для скота от высоты столба болотной воды $\sigma=P(H)$ монотонно убывает. Она в некоторых пределах может быть определена экспериментально. Это можно сделать во время паводков и засухи. Поскольку общая площадь всех сельскохозяйственных угодий хозяйства известна, то отсюда легко найти функцию зависимости площади заболоченных земель от высоты того же столба болотной воды $P(H)$. Эта функция монотонно возрастает. Привлекая рыночные показатели характеристики стоимости продуктов хозяйства p и r , мы определяем целевую функцию суммарного дохода $u(H)$ формулой (1). Эта функция подлежит максимизации. Из соображений хозяйствования определяются минимальная H_* и максимальная H' высоты столба болотной воды. После этого все исследования проводятся на отрезке $[H_*; H']$.

Информация об авторах:

Черняев Александр Петрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6078-0932>, chernyaev49@yandex.ru
Сухорукова Ирина Владимировна, доктор экономических наук, профессор кафедры высшей математики, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1944-0968>, suhorukovair@yandex.ru
Меерсон Алла Юрьевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математических методов в экономике, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8713-291>, allameerson@yandex.ru

Information about the authors:

Alexander P. Chernyaev, doctor of physical and mathematical sciences, professor of the department of higher mathematics, Moscow Institute of Physics and Technology, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6078-0932>, chernyaev49@yandex.ru
Irina V. Sukhorukova, doctor of economic sciences, professor of the department of higher mathematics, Plekhanov Russian University of Economics, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1944-0968>, suhorukovair@yandex.ru
Alla YU. Meerson, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of mathematical methods in economics, Plekhanov Russian University of Economics, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8713-0291>, allameerson@yandex.ru

При постоянных p и r максимум целевой функции $u(H)$ достигается на концах отрезка $[H_*; H']$. При $p > r$ максимум целевой функции $u(H)$ достигается в правом конце, а при $p < r$ в левом конце отрезка $[H_*; H']$. Если же $p=r$, то в качестве независимой переменной H можно взять любую точку отрезка $[H_*; H']$, т.к. функция $u(H)$ будет принимать постоянные значения.

В настоящей работе рассмотрены лишь приближения уравнения связи: нулевое, задаваемое формулой (6) и первое, задаваемое формулой (9). Из этих приближений мы находим глубину залегания горизонтальной дренажной дренажной трубы, при которых суммарный доход от заболоченных и не заболоченных земель, принимает максимальное значение. Математически обоснованная модель позволяет значительно снизить негативные последствия антропогенного влияния на земельные ресурсы, способствует восстановлению территории, поврежденной заболачиванию. Практическая значимость заключается в максимизации экономического эффекта от промысла на болотах и от урожая сельскохозяйственных культур и животноводства.

Список источников

10. Черняев А.П., Сухорукова И.В., Фомин Г.П., Мерсон А.Ю. Построение модели управления с ограничениями в микроэкономических системах // Азиатско-тихоокеанский регион: экономика, политика, право. 2021. Т. 23. № 1. С. 15–26.

11. Германова С.Е., Петухов Н.В., и др. Воздействие антропогенных факторов на сельскохозяйственные почвы // Международный сельскохозяйственный журнал 2023. 1 (391). С. 39–42/

12. Nasyiyev B., Bekkaliyev A., Manolov I., Shibaikin V. Influence of grazing technologies on the indices of chestnut soils in western Kazakhstan // Polish Journal of Soil Science. 2020. T. 53. № 1. С. 163–180.

References

1. Polubarinova-Kochina P.YA. (1977). *Teoriya dvizheniya gruntov vod* [Theory of groundwater movement], Moscow, Moscow press.
2. Sushkoi N.A. (2018). *Problemy melioratsii zemel' v Rossiskoi Federatsii* [Problems of land reclamation in the Russian Federation]. *Oroshаемое земледелие* [Irrigated agriculture], no. 2, pp. 7–8.
3. Chernyaev A.P., Meerson A.Yu., Sukhorukova I.V., Fomin G.P. (2020). Methods for optimal separation of income in consumable and accumulated parts. *Power Technology and Engineering*, no. 8, pp. 797–801.
4. Dedova E.B., Goldvarg B.A., Tsagan-Mandzhiev N.L. (2020). Land degradation of the republic of Kalmykia: problems and reclamation methods. *Arid Ecosystems*, v. 10, no. 2, pp. 140–147.
5. Likhachev V.G. (2019). *Problemy i perspektivy osvoeniya arkticheskogo regiona v usloviyakh sanktsii* [Problems and prospects for the development of the Arctic region under sanctions]. Proceedings of the Modern paradigms of education: achievements, innovations, technical progress. XVII All-Russian Scientific and Practical Conference, pp. 28–33.
6. Chernyaev A.P., Meerson A.Yu., Sukhorukova I.V., Fomin G.P. (2020). Features of mathematical formulation and solution of the problem of optimal division of funds in the construction business IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 945 012002. doi: 10.1088/1757-899X/945/1/012002.
7. Sahu P.A. (2020). Comprehensive review of saline effluent disposal and treatment: Conventional practices, emerging technologies, and future potential. *Journal of Water Reuse and Desalination*, no. 11 (1), pp. 33–65.
8. Drovovozova T.I., Kirilenko A.A. (2023). *Sovershenstvovanie tekhnicheskogo podkhoda k upravleniju processom lokal'noi ochistki drenazhnoi stoka s oroshaemykh zemel'* [Improving the technical approach to managing the process of local cleaning of drainage runoff from irrigated lands]. *Land reclamation and hydraulic engineering*, vol.13, no. 2, pp. 94–108.
9. Lisova T.V. (2022). Land reclamation as a measure of their restoration: modern problems of legal support. *Law and Suspicion*, pp. 104–111.
10. Chernyaev A.P., Sukhorukova I.V., Fomin G.P., Meerson A.Yu. (2021). *Postroenie modeli upravleniya s ograniceniyami v mikroekonomicheskikh siste-makh* [Construction of a model of control with constraints in microeconomic systems]. *Aziatsko-tihookeanskii region: ekonomika, politika, pravo* [Asia-Pacific region: economics, politics, law], vol. 23, no. 1, pp. 15–26.
11. Germanova S.E., Petukhov N.V., Sambros N.B., Piven' E.A., Zinchenko A.V. (2023). *Vozdeystvie antropogennykh faktorov na sel'skokhozyaistvennye pochvy* [Impact of anthropogenic factors on agricultural soils]. *Mezhdunarodnyi sel'skokhozyaistvennyi zhurnal*, no. 1 (391), pp. 39–42.
12. Nasyiyev B., Bekkaliyev A., Manolov I., & Shibaikin V. (2020). Influence of grazing technologies on the indices of chestnut soils in western Kazakhstan. *Polish Journal of Soil Science*, vol. 53, no. 1, pp. 163–180.